
THE S/V RATIO IN THERMODYNAMIC PROCESSES

Ivana Krulj

College of Applied Professional Studies, Vranje, Serbia, ivana.krulj@gmail.com

Gordana Bogdanović

College of Applied Professional Studies, Vranje, Serbia, gordanabd@gmail.com

Abstract: Thermodynamic processes take special place not just in the physical approach to understanding nature, but in almost every single natural science, and also humanistic ones. The speed of establishing balanced state in a certain thermodynamic system is proportional to ratio between area and volume of its interior bodies. Scaling laws play an important role in analyzing influence of the ratio between bodies' area and volume in thermodynamic systems. In general, scaling laws explore dependency of a certain physical quantity on dimensions' changes. In this work, Galileo's "Two new sciences" is mentioned, in which the geometrical and material enlargements of a body are compared. His mathematical cradle experiments-initiated formulation of scaling laws (so have Kepler's analysis of planets' kinematics and Newtown's description of gravitational interaction done). In the upcoming text, the simplest scaling law is explained-the law of dependency of S/V ratio on a change of body's dimensions. It also includes description of an influence the ratio has on the speed of establishing thermal equilibrium. Cooling and warming processes are described, as well as matching dependencies of their speed on body's area and volume. Considering that there are warm-blooded organisms in organic world, that is, organisms whose temperature does not depend on the temperature of their environment, the description of the model suitable for exploring that phenomenon is given. To be more precise, as energy is being generated on cell level, or, in every part of the organism, heating of the body via microwave and infrared emission is modelled. Comparisons of these two ways of heating are made, followed by dependency of establishing thermal equilibrium on body's dimensions. At the end, it is pointed out how important exploring of the scaling laws is, since they haven't been given a special place in natural science courses, and, generally speaking, belong to many sciences and science disciplines. It is being predicted that scaling laws are going to be explored more intensively, especially having the miniaturization of many devices and creating robots of sub-cell dimensions in mind.

Keywords: Scaling laws, S/V relation, Thermal equilibrium.

ОДНОС S/V У ТЕРМОДИНАМИЧКИМ ПРОЦЕСИМА**Ивана Круљ**

Висока школа примењених струковних студија, Врање, Србија, ivana.krulj@gmail.com

Гордана Богдановић

Висока школа примењених струковних студија, Врање, Србија, gordanabd@gmail.com

Апстракт: Термодинамички процеси заузимају посебно место не само у физичком приступу тумачењу природе већ готово у свим природним наукама, а са аспекта еколошког и економског развоја друштва и у хуманистичким наукама. Брзина успостављања равнотежног стања једног термодинамичког система између осталог зависи од односа површине и запремине унутрашњих тела система. Битну улогу у проучавању утицаја односа површине и запремине тела у термодинамичким процесима имају скалирајући закони. У општој дефиницији скалирајући закони проучавају зависност једне физичке величине од промене одговарајућих димензија тела. У овом раду дат је осврт на Галилејево дело у оквиру кога он пореди чисто геометријске промене димензија тела и промене димензија укључујући материјалност тела. Галилејеви експерименти са математичким клатном довели су до релација типа скалирајућих закона (као и Кеплерова анализа кинематике планета и Њутнов опис гравитационе интеракције). У даљем је описан закон који се сматра наједноставнијим скалирајућим законом, закон зависности промене односа површине и запремине тела од промене димензије тела. Описано је какав је утицај поменутог односа на брзину успостављања термодинамичке равнотеже. Описани су процеси загревања и хлађења и дате одговарајуће зависности брзине тих процеса од површине, односно запремине тела. С обзиром на то да у органском свету постоје топлокрвни организми, односно организми чија телесна температура не зависи од температуре околине, дат је опис модела за проучавање тог феномена. Наиме, како се енергија генерише на ћелијском нивоу, односно у читавој запремини тела таквог организма, моделовано је загревање тела микроталасним зрачењем и

инфрацрвеним зрачењем. Направљена су поређења ових двеју врста загревања, а потом и зависност успостављања термодинамичке равнотеже од димензија тела. На крају је указано на важност проучавања скалирајућих закона, који немају посебно место у курсевима природних наука, и генерално припадају садржајима разних наука и научних дисциплина. Предвиђа се интензивније изучавање скалирајућих закона посебно када се има у виду минитуризација разних уређаја, креирање робота субћелијских димензија.

Кључне речи: скалирајући закони, S/V однос, термодинамичка равнотежа

1. УВОД

Скалирајући закони се могу срести у разним наукама а имају велики значај и за већину техничких дисциплина. Ови закони се суштински односе на везу структурних и функционалних последица промена величина сличних тела и организама. Промена величине тела може бити изометријска и алометријска. Изометријским скалирањем, будући да су при томе односи свих линеарних димензија исти, добијају се тела која су геометријски слична. У природи и техници алометријском променом величине добијају се динамички слични објекти и тела. Како разматрање импликација које промена димензија тела изазива често води одступању од интуитивних претпоставки, неопходно је радити на развијању способности бољег разумевања физичких консеквенци при доминацији одређених врста силе. Закони скалирања имају међу бројним применама и примену у бионици научној дисциплини која еволутивна решења природе примењује у техници у циљу побољшања перформанси уређаја. Изузетна адаптираност малих организама као полазна основа економичног функционисања у техници води минијатуризацији уређаја.

2. СКАЛИРАЈУЋИ ЗАКОН S/V

Законе скалирања је први увео Галилео Галилеј у једном од својих најпознатијих дела под називом Две нове науке (1638. године). Књига је конципирана као низ дијалога који се одвијају током четири дана. Протагонисти су два аутентична лика, Галилејев ученик, Салвиати, Галилејев пријатељ, Сагредо, и фиктивни лик Симплицио, чијом је партиципацијом Галилео, вероватно, имао намеру да оповргне Аристотелове ставове. Дијалог првог дана одвија се у бродоградилшту где је почело разматрање о томе како се чврстина тела мења са променом његових димензија. Полазећи од чињенице да су већи бродови сразмерно слабији, Галилео сугерише утврђивање разлога за то и наводи да ће се до различитих закључака доћи уколико се разматра проблем чисто геометријски и уколико се у проблем укључи и материјалност тела, чиме указује да решење постављеног проблема захтева систематско испитивање структуре материје [1].

Међу најједноставнијим законима скалирања је закон који се односи на везу дужине тела и његове површине. Тако, ако се дужина странице квадрата повећа n пута, површина ће му се повећати n^2 пута. Ова једноставна анализа, лако се генерализује на три димензије. Са повећањем дужине странице коцке n пута, површина јој се повећа n^2 пута а запремина n^3 пута. Овај закључак важи генерално, без обзира на облик тела јер је увек површина тела пропорционална квадрату карактеристичне димензије тела, док је запремина пропорционална њеном трећем степену, што се може записати у облику:

$$S \propto V^{\frac{2}{3}} \quad (1)$$

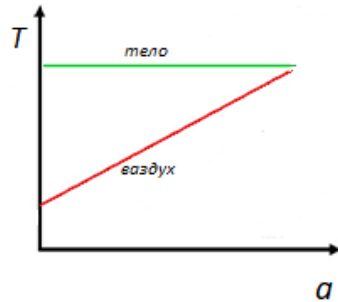
На основу тога следи да, у случају тела истих облика, мања тела имају веће површине у односу на своје запремине, него што је то код већих тела.

3. УТИЦАЈ ОДНОСА S/V У ТЕРМОДИНАМИЧКОЈ РАВНОТЕЖИ

Интересантне последице промене односа површине и запремине тела са порастом димензија тела могу се уочити у процесима који се одвијају у органском свету. Тако енергија коју сисари добијају у процесима метаболизма, с обзиром на то да се она продукује на ћелијском нивоу, пропорционална је запремини тела, односно l^3 где је l карактеристична димензија тела. Количина топлоте коју тело емитује у јединици времена, у складу са Штефан-Болцмановим законом ($E = \sigma T^4$) пропорционална је његовој површини, односно l^2 . Однос брзина емисије и акумулације енергије сразмеран је, према томе, са l^1 , што значи да је брзина одавања топлоте већа код мањих тела [1].

Једноставна нумеричка анализа димензија тела копнених сисара показује да се оне налазе у распону седам редова величине, од 2,5 cm, колика је дужина тела маленог слепог миша, *Craseonycteris thonglongyai Hill*, до 7,3 m, колика је дужина тела Афричког слона, највећег копненог сисара. Према маси, најмањи сисар са око 2 g масе је Етрурска ровчица, *Suncus etruscus Savi*, док је Афрички слон, са око 7500 kg у пуној зрелости, и према овом критеријуму највећи копнени сисар. Упркос разлици у величинама њихових тела њихове

телесне температуре имају приближно исту вредност, и налазе се у уском опсегу од 37°C - 38°C . Чињеница да температура тала сисара има приближно исту вредност може да делује чудно. Сисари конзумирају храну која им у процесима метаболизма обезбеђује енергију. Ако би количина хране коју конзумирају дневно, за енергетске потребе њиховог организма, била пропорционална величини њиховог тела, тада би и њихова температура била пропорционална њој.



Слика 1. График зависности температуре термодинамичке равнотеже тела од димензије тела

Ипак, мањи сисари, због бржег хлађења свог тела уносе дневно сразмерно више хране у односу на своју телесну масу него што то чине већи сисари [1-3].

У термодинамичкој равнотежи енергија која се у јединици времена генерише у телу сисара у процесима метаболизма, $P_{metabol}$ једнака је енергији која се у јединици времена ослободи кроз површину њиховог тела,

$$P_{metabol} = K \cdot S \cdot (T_{tela} - T_{okoline}) = K \cdot S \cdot \Delta T . \quad (2)$$

K је константа која има исту вредност за све сисаре. Како је запремина тела сразмерна линеарној димензији тела, а због сличне грађе ткива средња густина тела сисара може се сматрати приближно истом без обзира на врсту, то је и маса тела сисара сразмерна линеарној димензији тела. Предходни израз се може приказати и као:

$$P_{metabol} = K \cdot a^2 \cdot \Delta T = K \cdot (\sqrt[3]{V})^2 \cdot \Delta T = K \cdot m^{\frac{2}{3}} \cdot \Delta T . \quad (3)$$

Према претходном изразу енергија која се продукује у јединици времена по килограму телесне масе је

$$\frac{P_{metabol}}{m} = K \cdot \Delta T \cdot m^{-\frac{1}{3}} , \quad (4)$$

односно

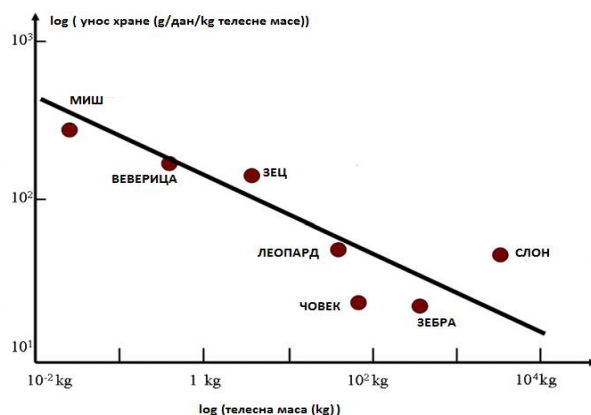
$$\frac{P}{m} \propto \frac{1}{a} , \quad (5)$$

Овде се потврђује улога односа површине и запремине тела :

$$\frac{P}{m} \propto \frac{S}{V} . \quad (6)$$

Мањи копнени сисари конзумирају више хране дневно у односу на своје телесне масе, него што то чине већи сисари, те иако мањи одржавају своју телесну температуру на вредностима на којима су и температуре

већих сисара. Ситни сисари као топлокрвни организми, морају чешће узимати храну. Мањих димензија од сисара су инсекти, који преживљавају захваљујући томе што нису топлокрвне животиње. Ипак доња граница величине ових организама је 25-30 μm . Уколико би инсекти били мањих димензија не би могли опстати у животу у сувој средини због немогућности задржавања виталних течности [1,4].



СЛИКА 2. Мањи сисари конзумирају више хране пропорционално њиховим телесним масама, него што то чине већи сисари [5]

У екстремним условима живота дошло је до различитих начина прилагођавања. Мали сисари који не могу узимати више хране од износа који уносе имају крзно као термоизолациони слој према спољашњој средини. Слоно, због своје величине, не може узимати мање хране, а у условима топле климе, захваљујући разгранатој мрежи крвних судова на ушима заштићен је од прегревања [1,3,5,6].

4. ЈЕДНОСТАВНИ ЕКСПЕРИМЕНТ СИМУЛАЦИЈЕ ТЕРМОДИНАМИЧКЕ РАВНОТЕЖЕ ТЕЛА СИСАРА

Коцкице хомогеног качкаваља различитих дужина страница (2,1 mm, 1,8 mm, 1,5 mm, 1,2 mm, 0,9 mm, 0,6 mm, 0,3 mm, 0,15 mm) распореде се по ободима два идентична тањира, тако да се на сваком тањиру налази исти број коцкица различитих димензија и тако да је на сваком тањиру по једна коцка одређене дужине странице. У рерни снаге 200 W, загрејаној на 200°C, тањир са коцкицама сира оставља се на 80 s и додатних 40 s, док се у микроталасној рерни снаге 700 W оставља 6 s и додатних 12 s. Прекиди загревања имају за циљ уочавање почетка процеса топљења на одређеним коцкицама сира. Након загревања, температура ваздуха у рерни виша је од почетне температуре сира, због чега долази до преношења топлоте. Електромагнетно зрачење зидова загрејане рерне, блиско инфрацрвеном зрачењу, при томе продире у коцкице сира до дубина знатно мањих од димензија коцкица сира тако да се основним видом преношења топлоте може сматрати провођење. Мање коцкице брже апсорбују енергију и њихова температура брже расте због чега прве почињу да се топе.

Када је реч о брзини успостављања топлотне равнотеже у микроталасној рерни, треба познавати принцип загревања хране у њој који се разликује од загревања у „традиционалној“ рерни. Микроталаси генерисани посебним уређајем у рерни имају фреквенцију 2,45 GHz. Молекули воде, распоређени равномерно по целој запремини хране, будући да поседују перманентни диполни момент могу да ротирају под деловањем спрега сила електричног поља електромагнетног таласа. Ова ротација је квантована и управо може да апсорбује зрачење на фреквенцији на којој емитује микроталасна рерна. Тиме се повећава унутрашња енергија хране и она се загрева, мање-више, равномерно по читавој запремини.³¹ С обзиром на то да сисари хемијску енергију хране у процесима метаболизма претварају у своју унутрашњу енергију на хелијском нивоу, дакле по

³¹ Ротација „тањира“ микроталасне рерне спречава појаву хладних „мрља“ у храни које се јављају на местима на којима се налазе чворови одговарајућих стојећих (микро)таласа који се формирају у унутрашњости рерне.

читавој запремини тела, загревање коцкица качкаваља у микроталасној рерни може се сматрати аналогним са стварањем енергије у телу сисара.

Енергија апсорбована у јединици времена сразмерна је запремини коцкице, односно трећем степену дужине њене стране:

$$\frac{dW_{aps}}{dt} = P_{aps} \propto V = k_1 a^3, \quad (7)$$

где је k_1 кефицијент апсорпције микроталасног зрачења.

Када сир апсорбује енергију, његова температура расте. За извесно време температура сира постаје већа од температуре околине и сир део своје енергије предаје околини, што значи да се истовремено и хлади. Снага ефективног апсорбовања енергије сира тада је:

$$P = P_{aps} - P_{osl}, \quad (8)$$

где је P_{osl} енергија која се у једној секунди ослобађа у процесима провођења, струјања, зрачења и као латентна топлота фазног прелаза. Према Њутновом закону хлађења следи

$$P_{osl} = kS(T_s - T_p), \quad (9)$$

где је k константа која зависи од топлотне проводљивости сира, S површина коцке ($S=6a^2$), T_s температура сира, T_p температура унутар микроталасне рерне.

Када се успостави термодинамичка равнотежа при којој је

$$P_{aps} = P_{osl}, \quad (10)$$

температура сира достиже неку максималну вредност T_{max} . Од тог тренутка она више не расте па ће важит

$$k_1 a^3 = k_2 a^2 (T_{max} - T_p), \quad (11)$$

при чему је $k_2 = 6k$. То значи да је максимална вредност температуре коју достиже једна коцкица сира у микроталасној рерни линеарно пропорционална дужини њене стране. Из претходног израза наине следи

$$T_{max} = T_p + \frac{k_1}{k_2} a. \quad (12)$$

Уколико је температура топљења сира T_l већа од T_{max} неке коцкице качкаваља, димензија мањих од неке критичне вредности a_c , никада се неће отопити у микроталасној рерни без обзира на то колико дуго су изложене микроталасном зрачењу.³²

Коцкице качкаваља димензија већих од a_c након кратког временског интервала изложености микроталасном зрачењу почињу да се топе. Како је

$$\frac{S}{V} \propto \frac{1}{a}, \quad (13)$$

односно

$$\left(\frac{S}{V}\right)^{-1} \propto a, \quad (14)$$

следи да максимална температура коју коцкица качкаваља може достићи зависи од односа њене површине и запремине [4,5]

³² Температура топљења качкаваља износи око 50 °C што одговара температури топљења беланчевина. При продуженом излагању коцкица сира микроталасном зрачењу потребно је у микроталасној рерни поставити чашу воде како би вода апсорбовала енергију коју сир ослобађа чиме би се обезбедила константна температура унутрашњости рерне.

4. ЗАКЉУЧАК

Скалирајући закони је општи назив за низ закона који описују начин промена физичких величина при промени димензија тела. Међу најједноставнијим законима скалирања је закон који се односи на везу дужине тела и његове површине. Однос површине и запремине је променљив са променом димензија тела. Ова чињеница има важну улогу у разним процесима у којима се испољава зависност неке физичке величине од димензије тела. Тако у процесу успостављања термодинамичке равнотеже однос површине и запремине и његова промена са променом димензија тела указује на промену брзине достизања термодинамичке равнотеже. Копнени сисари имају различите величине тела и готово једнаку телесну температуру. Физичко објашњење остваривања термодинамичке равнотеже ослања се на скалирајући закон. Експеримент приказан у овом раду доказује однос брзина производње и одавања топлотне топлоте код сисара и даје објашњење износа и фреквенције уношења хране у односу на њихове масе. Скалирајући закони данас представљају једноставни научни концепт. Њихова важност и улога посебно долазе до изражаја када је минијатуризација уређаја у питању.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Г. Галилеј, Расправе и математички докази о две нове науке које се баве механиком и локалним кретањима, Издавачка књижарница Зорана Стојановића, pp. 68-74, 2013.
- [2] S. Straulino, Scaling laws in Galileo: an educational proposal, *Phys. Educ.* 46, pp. 206-210, 2011.
- [3] M. Wautelet, Scaling laws in the macro-, micro- and nanoworlds, *Eur. J. Phys.* 22, pp. 601-611, 2011.
- [4] G. Planinšič and M. Vollmer, The surface-to-volume ratio in thermal physics: from cheese cube physics to animal metabolism *Eur. J. Phys.* 29, pp. 369-384, 2008.
- [5] M. Vollmer, Physics of the microwave oven, *Phys. Educ.* 39, pp. 74–8, 2004.
- [6] T. Misić, M. Najdanović-Lukić and Lj. Nesić, Dimensional Analysis in physics and the Buckingham theorem, *Eur. J. Phys.* 31, pp. 893-906, 2010.