

---

## MODELS OF TRAINING IN THE ACQUISITION OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE IN THIRD GRADE

**Ivana Svetlozarova Venkova**

Southwestern University "Neofit Rilski", Blagoevgrad, Faculty of Pedagogy, Republic of Bulgaria,

[iva\\_nela@abv.bg](mailto:iva_nela@abv.bg)

**Abstract:** In the teaching of mathematics an important place is occupied by the learning models, which are a necessary factor for the assimilation of the learning material by the students. Learning models support students' activities, which suggests that modeling is a means of mastering specific actions and a way to absorb certain information. Modeling is a formative activity in the learning process and in learning. It affects and influences the child's psyche and mental activity through cognitive models.

Modeling as a method of teaching should form the personal qualities of students and promote their development. Modeling as a method of learning should be done smoothly and effortlessly so that students can more easily acquire mathematical knowledge. Students must consciously use different models in each mathematical situation. With the help of these models the teacher intrigues and provokes the student to think, seek and find solutions to problems in the world around him.

The aim of the present study is to reveal the regularities of the modeling method and of the relations between modeling as a method of teaching and modeling as a method of learning. To achieve this goal, an experimental study was performed. During the experimental research, pre-developed models for learning mathematical knowledge by third grade students were tested - models for learning arithmetic, algebraic and geometric knowledge, as well as models for understanding textual problems and models for learning units. The use of models in the teaching of mathematics increases the level of knowledge and skills acquired by students and helps to develop their cognitive activity.

**Keywords:** mathematics, model, training, modeling, learning.

## МОДЕЛИ НА ОБУЧЕНИЕ ПРИ УСВОЯВАНЕ НА МАТЕМАТИЧЕСКИ ЗНАНИЯ В ТРЕТИ КЛАС

**Иванела Светлозарова Венкова**

Югозападен Университет „Неофит Рилски“, Благоевград, Факултет по Педагогика, Република

България, [iva\\_nela@abv.bg](mailto:iva_nela@abv.bg)

**Резюме:** В обучението по математика съществено място заемат учебните модели, които са необходим фактор за усвояване на учебния материал от учениците. Учебните модели спомагат дейността на учениците, което подсказва, че моделирането е средство за овладяване на конкретни действия и начин за усвояване на определена информация. Моделирането е формираща дейност в учебния процес и в обучението. То въздейства и влияе върху детската психика и мисловна дейност чрез когнитивни (познавателни) модели.

Моделирането като метод на обучение трябва да формира личностните качества на учениците и да спомага тяхното развитие. Моделирането като метод на учене трябва да се извършва плавно и непринудено, за да могат учениците по-лесно да усвояват математическите знания. Учениците трябва съзнателно да използват различни модели във всяка математическа ситуация. С помощта на тези модели учителят интригува и провокира ученика да мисли, да търси и да намира решения на проблемите от заобикалящия го свят.

Целта на настоящата разработка е да разкрие закономерностите на метода моделиране и на отношенията между моделирането като метод на обучението и моделирането като метод на ученето. За постигане на поставената цел се извърши експериментално изследване. По време на експерименталното изследване се апробираха предварително разработени модели за усвояване на математически знания от учениците в трети клас – модели за усвояване на аритметични, алгебрични и геометрични знания, както и модели за осмисляне на текстови задачи и модели за усвояване на мерните единици.

Използването на модели в обучението по математика повишава равнището на усвоените знания и умения от учениците и съдейства за развитие на познавателната им дейност.

**Ключови думи:** математика, модел, обучение, моделиране, учене.

## 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Математиката развива съвкупно качествата на детето. Затова като учебен предмет, нейната роля е важна за изпълнението на целите на началното образование (МОН, 2017).

Математиката създава предпоставки за развитие на логическо и пространствено мислене. Тя формира умения за моделиране с числови изрази на ситуации. Подтиква към способност за описване на ситуации от действителния свят с математически модел. Математиката развива умения за самооценка и самоконтрол. Тя спомага надграждането на познавателната способност на учениците в обучението – самостоятелност, активност, наблюдателност, внимание. Развива мисловната дейност – бързина, критичност, самокритичност, гъвкавост, последователност, концентрация на мисленето, устойчивост на паметта (Я. Стоименова, 2012).

Особено място в обучението по математика заемат учебните модели, които са необходим фактор за усвояване на учебния материал от учениците, като спомагат дейността им, което подсказва, че моделирането е средство за овладяване на конкретни действия и начин за усвояване на определена информация. Моделирането е формираща дейност в учебния процес и в обучението. То въздейства и влияе върху детската психика и мисловна дейност чрез когнитивни (познавателни) модели.

В обучението и в учебния процес моделирането придава активност, старание, форма, завършеност. То влияе и въздейства върху мисловната дейност и детската психика чрез познавателни модели; използване на модели за комуникация и начин на общуване; моделиране на действия (симулационно моделиране) – обрисовка на изучавания проблем; използван е от учителя като всекидневна практика в учебния процес – моделиране на обяснението, доказателствата, аргументацията, симулирането.

Моделирането има тясна връзка с онагледяването, демонстрирането и наблюдението, защото самите модели се създават, показват и изследват. Моделирането подпомага и развива значително когнитивното развитие на учениците, стимулира абстрактното им мислене на база на сетивното познание. Според М. Андреев „Моделираните обекти подпомагат както възхода от конкретно към абстрактно, така и възхода от абстрактно към конкретно, развиват различните мисловни операции“ (М. Андреев, 1987, с. 230).

„Моделирането, като метод на научното познание, представлява наподобяване, имитиране на реално съществуващи системи чрез създаване на специално конструирани аналози (модели), в които се възпроизвеждат принципите на организация и функциониране на тези системи, вътрешни свойства и взаимодействия, както и взаимоотношенията им с действителността“ (Ив. Марев и др., 1980, с. 160-170).

В началното училищно образование децата започват да се развиват по-бързо, отколкото преди това, развива се концептуално мислене, в процеса на което детето работи с концепции. Успешното развитие на абстрактно-логическото мислене се улеснява от овладяването им чрез елементи на моделиране. Следователно в началните етапи на образованието е много важно да се научат децата да представят изучаваната ситуация под формата на модел. Това дава възможност за изследване и разкритие на собствено моделиране и прилагане на собствен модел в обучението по математика в трети клас. Предложените модели на обучение, могат да се използват от учениците, както при възприемането на нов учебен материал, за откриване на нови знания, така и за упражняване, осмисляне и затвърдяване на вече възприет учебен материал.

По отношение на разпределението на учебния материал по математика, с който се затвърдяват знанията и уменията на учениците, се наблюдава непостоянност и неравномерност на предложените упражнения. „При това положение, ако учителят видял пропуски в учебниците сам не внесе промени чрез включване на подходящи упражнения, то до усвояване на съответните знания и умения не може да се достигне“ (Димитров, Манова, 2011, с. 245). Тук идва ролята на моделирането като метод на обучение по математика, и участието на модела като нагледно средство в обучението по математика, чрез които продължителността и надграждането на знания и умения, формират алгебричните и геометричните представи у учениците (Венкова Ив., 2021, с. 308) <http://ikm.mk/ojs/index.php/kij/article/view/4743>

## 2. ИЗЛОЖЕНИЕ

В експерименталното обучение са включени модели, които се използват при усвояване на аритметични, алгебрични и геометрични знания, както и модели за осмисляне на текстови задачи и модели за усвояване на мерни единици.

Предложените моделите са включени в задачи и упражнения, чрез които учениците усвояват по-задълбочено математическите знания, развиват се мисловните и графичните им способности, развиват се творческото и пространственото им мислене, развиват се уменията за самостоятелно решаване на проблеми. Средствата за обучение на учениците включват похвати за овладяване на моделирането като метод на обучение при усвояване на математическото учебно съдържание по математика за трети клас и техники за

прилагане на моделирането като метод на учене при обучението по математика в трети клас, които ще повишат равнището на усвояване на учебното съдържание по математика.

Експерименталното обучение показва, че по-задълбочено се усвояват математическите знания, чрез използване на моделирането като метод на учене. Изследването показва, че използването на модели в обучението по математика спомага за усъвършенстване на знанията и уменията на учениците за решаване на задачи.

Използваните модели имат за цел да стимулират самостоятелната дейност на ученика. В експерименталното обучение разработените модели се използват като метод на обучение. Едновременно с това подпомагат дейността на учене при усвояване на математическите знания.

Разработените модели са приложени при обучението по математика на ученици от трети клас по време на експериментално обучение. Експерименталното обучение се провежда в нерегламентирани дни, в зависимост от изучаваното учебно съдържание, тъй като моделите на обучение са за затвърдяване и усъвършенстване на знанията и уменията на учениците. Разработените модели на обучение се прилагат в часовете по математика, в условията на целодневна организация на обучение.

Организацията на работа е следната: на учениците се раздават индивидуални материали с конкретни задачи, върху които да работят. Следва фронтална работа и разяснения, но някои от задачите могат да се решават самостоятелно от учениците. Моделите за обучение, респективно задачите са за затвърдяване на знанията и уменията придобити по време на учебния час. За усъвършенстване на абстрактното мислене и повишаване мотивацията на учене на учениците, в моделите на обучение са включени творчески, занимателни и логически задачи.

### **1. Модели за усвояване на аритметични знания**

Чрез тях се усъвършенстват знанията за числата и аритметичните умения за събиране, изваждане, умножение, деление и действията с тях.

#### **Първи модел - Методика на работа:**

Вторият модел е на числов израз. В началото на учебния час, учителят трябва да припомни какво е възходящ и низходящ ред на числата, да изиска от учениците да броят в низходящ ред от 100 до 0 по десетици, или от 48 до 40 по единици. Може да дава различни варианти за затвърдяване на знанията и след това да раздаде индивидуалните материали за работа на учениците и да разясни какво се изисква от тях.

### **Фигура 1**

Продължи модела, за да откриеш шестото число  
2, 7, 12, 17, ..., ...;

Учениците трябва да продължат редицата, за да открият шестото число. Чрез правилно откриване на закономерността в подредбата на дадените числа или по-точно през колко числа е всяко следващо, аналогично ще стигнат до шестото.

Учителят трябва да обърне внимание, че закономерността между числата може да бъде открита чрез събиране, аналогично чрез изваждане. Задачата ще трябва да бъде изпълнена чрез моделираща, логическа дейност. Ученикът трябва да съумее да моделира числовите изрази ( $2 + \square = 7$ , респективно  $7 - \square = 2$ ), за да успее да реши задачата правилно.

#### **Втори модел - Методика на работа:**

В началото на учебния час се затвърдяват знанията и уменията на учениците за естествените числа и образуването на трицифрените числа. Върху класната дъска учителят записва произволни трицифрени числа, а учениците на свой ред определят техните зависимости според мястото, което заема всяка цифра. След приключване на упражнението, на учениците се раздават листовите за работа. Учителят прави разяснения.

### **Фигура 2**

$$\square \text{ стот.} + \square \text{ дес.} + \square \text{ ед.} = ?$$

От третокласниците се изисква да напишат свои произволни едноцифрени числа в празните квадратчета. След знака за равенство да запишат числото, което се получава като сбор от посочените стотици, десетици и единици. На следващ ред отдолу те трябва да напишат числото с думи.

Този модел е строго индивидуален, защото всеки ученик ще запише свои собствени цифри в квадратчетата, съответно и числото, което се получава ще е различно за всяко дете.

Целта на упражнението е учениците да усвоят трайно уменията за получаване, изговаряне и записване на трицифрените числа с цифри.

Чрез осъзнаване състава на числата, учениците ще актуализират знанията си за естествените числа и ще затвърдят уменията си за десетичната бройна система.

Моделите за аритметични знания целят да затвърдят знанията на учениците по аритметика, защото тя има широко приложение в ежедневието.

Моделите за аритметични знания са логически задачи, които са интересни за учениците и целят да развият логическото им мислене чрез метода моделиране. Аритметичните знания развиват аналитико-синтетичните умения.

## 2. Модели за усвояване на алгебрични знания

### Първи модел - Методика на работа:

Актуализацията на знанията и уменията на учениците започва с няколко примера, решени на класната дъска, с които да се припомни аритметичната последователност на решаването на числови изрази със и без скоби. На учениците се раздават индивидуалните материали със задачата. Учителят дава разяснения.

#### Фигура 3

Пресметни числовите изрази като на празното място поставиш произволно число.

$$\begin{aligned}(655 + 83) - 6 \cdot \square &= \\ 966 - (654 - 9 \cdot \square) &= \\ 296 - 5 \cdot \square + 185 &= \end{aligned}$$

Учениците трябва произволно да напишат цифра в празното квадратче, след което да решат числовия израз. Крайният резултат за всеки ученик ще е различен, тъй като всеки един от тях ще запише своя намислена цифра и след това ще извърши пресмятанията.

Част от учениците могат да достигнат до един и същ краен резултат, тъй като избираемите цифри са само десет. Това, което се изисква от учениците е, преди да запишат цифрата си на обозначените за това места, да комуникират с другарчето си по чин и да запишат различни цифри в листовете си. Така на един чин, на който седят двама ученици, цифрите не се повтарят.

### Втори модел - Методика на работа:

Урокът започва с решаване на няколко числови изрази със скоби, като се припомнят наименованията на числата при събиране (събираемо, събираемо, сбор), наименованията на числата при изваждане (умаляемо, умалител, разлика), при умножение (множител, множител, произведение) и наименованията на числата при деление (делимо, делител, частно). Може да се направят устно примери, като например: Кое е най-голямото едноцифрено число? Кое е най-малкото трицифрено число? и т.н., като могат да се прилагат примери за по-горен клас, за по-голям интерес от страна на учениците (като се дават примери с хиляди или да се конкретизира число с ед., дес., стот. или хил., ако възможностите на учениците го позволяват, например кое е най-малкото четирицифрено число с цифра на десетиците две). След това се раздават индивидуалните работни материали на учениците и се прави разяснение на задачата, която трябва да решат.

#### Фигура 4

Представете израза описан с думи, като числов израз със скоби.

Към сбора на числата 235 и 15 прибави най – малкото двуцифрено число.

От учениците се изисква да прочетат текста, да го осмислят, да напишат правилно числовия израз и да го решат.

Този модел на обучение е включен в изследването, защото е доста труден за учениците, поради което те допускат грешки.

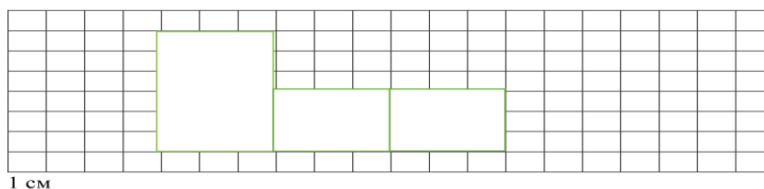
## 3. Модели при усвояване на геометрични знания

### Първи модел - Методика на работа:

Урокът започва с фронтална беседа за геометричните фигури. Поставят се следните въпроси. Какви геометрични фигури познавате? По какво се различават геометричните фигури квадрат и правоъгълник? Как ще намерите обиколката на геометричната фигура квадрат? Как ще намерите обиколката на геометричната фигура правоъгълник? Раздават се индивидуалните материали на учениците, които са представени на фиг. и учителят прави разяснение.

**Фигура 5**

Намерете обиколката на фигурата, ако всяко от квадратчетата е със страни 1 см. Открийте броя на правоъгълниците в геометричната фигура.



От учениците се изисква да намерят обиколката на цялата фигура в квадратната мрежа, след което да открият всички правоъгълници в геометричната фигура.

Учителят напътства третокласниците да мислят логично, да не пренебрегват нито една линия, когато търсят броя на правоъгълниците в геометричната фигура. Когато търсят обиколката на цялата фигура, учениците трябва да имат предвид, че всяка страна на квадратчетата от квадратната мрежа е с дължина 1 см и че фигурите се застъпват.

**Втори модел - Методика на работа:**

Урокът започва с чертане на отсечки различни по дължина. Учителят избира произволно учениците, които на свой ред излизат на класната дъска да начертаят отсечки. Хубаво е на всяко дете да се дадат две задачи, например: първо да начертаят отсечка с дължина 2 см и след това друга отсечка, която е три пъти по-дълга от първата (съответно могат да бъдат със зависимости между тях „пъти по-къса“, „по-дълга“ и „по-къса“).

Целта на упражнението е да се затвърдят знанията и уменията за усвояване на геометрични знания е да се затвърдят знанията и уменията за геометричната фигура отсечка.

Раздават се индивидуални материали на учениците и учителят прави разяснения за правилното изпълнение на задачата.

**Фигура 6**

Начертай отсечка два пъти по-къса от 12 см и друга, която е с три см по-дълга от начертаната.

Важното в това упражнение е учителят да припомни, че правилното чертане и измерване на отсечки започва от нулевото деление на чертожната линия.

В книгата си „Организация на творческата дейност на учениците в началните класове“, Стоименова представя в много разгърнат план организацията на творческата дейност при усвояване на геометричните знания. Чрез приложими задачи по геометрия, тя констатира, че „упражненията с творчески характер спомагат за осмисляне на понятието ъгъл и елементите му, както и за откриване на съществения признак големина на ъгъл“ (Стоименова,2002,с.130-131). Неминуемо щом упражненията имат творчески характер, значи моделирането в обучението по геометрия е приложимо.

**4. Модели за осмисляне на текстови задачи**

**Първи модел - Методика на работа:**

Целта на използването на този модел е да се осмисли структурата на текстовата задача.

В началото на учебния час учителят припомня как се наричат числата при събиране (събираемо, събираемо, сбор). Решават се на учебната дъска няколко примера, предварително избрани и написани от учителя. Например задачи със и без преминаване на десетицата, със преминаване на стотицата и т.н. След преговора, индивидуалните материали със задачата се раздават на учениците и учителят разяснява какво трябва да направят учениците за правилно ѝ изпълнение.

**Фигура 7**

Състави текстова задача по дадения модел и я реши

$$\square + \square = \square$$

---

---

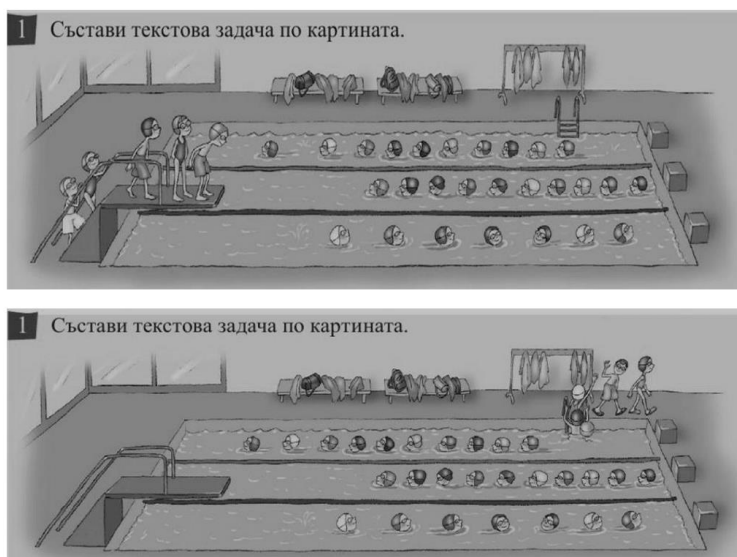
Целта на това упражнение е учениците да осмислят връзката между известните и неизвестните величини и да съставят текстова задача с избрани от тях числа и да я решат. Този модел е предназначен за осмисляне структурата на текстова задача.

Учениците трябва произволно да напишат първото събираемо, след което да изберат още едно произволно събираемо и да го попълнят. Събираемите могат да бъдат едноцифрени, двуцифрени или трицифрени числа. Учениците трябва да съобразят и да напишат такива две числа, сборът на които да не надвишава 1000. След като са написали двете събираеми и са попълнили предназначенията за това места, те трябва да пресметнат сбора им, като при всеки ученик той ще е различен, защото събираемите им са произволни. Накрая учениците трябва да съставят текстова задача по готовия, попълнен числов израз.

**Втори модел - Методика на работа:**

В началото на учебният час учителят изисква от учениците устно да съставят текстова задача с предмети от класната стая. След това изисква да съставят устно нова текстова задача с предмети от заобикалящата ги действителност. Импровизирайки с предметите от заобикалящата ги действителност, учениците влагат въображение и творят. Упражнявайки аритметичните действия, чрез текстовите задачи, учениците актуализират знанията и уменията си за смисъла на понятията повече, пъти повече, по-малко, пъти по-малко. След това чрез мултимедията, на дъската се показват две илюстрации. Те са заимствани онлайн от учебник на Просвета плюс за втори клас (Ангелова Вл. и др., 2017, с. 40, с. 41). На учениците се раздават индивидуални материали, върху които да творят. Учителят прави разяснения.

**Фигура 8**



От учениците се изисква да си изберат една от двете илюстрации и да съставят текстова задача по нея. Те са свободни в избора си на числа, аритметичен знак, както и с колко действия ще се пресмята задачата, която ще съставят. След това да я решат.

Учителят трябва да припомни на учениците, че ако изберат да използват действие събиране, то с пресмятането на двете събираеми, сборът не трябва да превишава 1000. Ако обаче, учениците изберат да използват действие изваждане за изпълнението на модела за осмисляне на текстови задачи, те ще трябва да съобразят, че умаляемото е по-голямо число от умалителя.

**5. Модели за усвояване на мерни единици**

**Първи модел - Методика на работа:**

Учебният час започва с устно преговаряне на изучени мерни единици. Учителят задава въпроси на учениците, свързани с мерните единици минута, час, година, грам, килограм, тон, см, дм, км. След обстоен преговор на всички изучени мерни единици се раздават индивидуалните материали с упражнения за сравняване на мерки. Учителят прави разяснение.

**Фигура 9**

Постави правилният знак за сравнение ( $>$   $=$   $<$ )

700 гр  3 кг

60 мин.  1 час

15 мин.  2 часа

1 тон  500 кг

3 км  4 см

1 км  1000 м

1 дм  10 см

900 г  1 кг

Целта на това упражнение е да се усвоят уменията за сравняване на именуванни числа, изразени в различни мерни единици. За да бъдат сравнени тези числа, учениците трябва да ги превърнат в еднородна мерна единица, за да могат да ги сравнят.

От учениците се изисква да поставят правилно знаците за релация („по-голямо“, по-малко“ или „равно“), за да се получи вярно математическо твърдение.

Важно е учителят да припомни на учениците, че именуваните числа трябва да се превърнат в еднородни мерни единици и тогава да се сравняват. Друго важно подсещане е правилното изписване на знаците за сравнение. Отворената част на знака за сравнение се записва към по-голямото число и обратно, затворената част на знака за сравнение се записва към по-малкото число.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Включените задачи в изследването са градиращи по степен на трудност, съобразени са с учебния материал и възрастовите особености на учениците. Те развиват творческото им мислене и въображение (чрез създаване на текстова задача по илюстрация), логическото мислене на учениците (чрез моделите за усвояване на мерните единици), графичните им способности (чрез геометричните задачи за чертане), ще спомогнат за развитие на уменията за самостоятелно решаване на проблеми.

Чрез разработените варианти от модели за обучение по математика се усъвършенстват аритметичните, алгебричните, геометричните знания, обогатяват се уменията за решаване на текстови задачи и на задачи с мерки и именуванни числа. Затвърдяват се и се разширяват знанията на третокласниците за естествените числа. Като използват съставни числови изрази, учениците разширяват алгебричните си знания, като същевременно развиват изобретателността в уменията си. Разработените модели на обучение актуализират геометричните знания като развиват логическото и творческото мислене, повишават мотивацията на учениците за учене, развиват креативността и пространственото мислене. Вариантите от модели за обучение по математика развиват абстрактното мислене на третокласниците. Моделите за осмисляне на текстови задачи се използват за съзнателното усвояване на текстовите задачи и за усъвършенстване на уменията за решаване на текстови задачи, които затвърдяват интелектуалните умения на учениците. Чрез предложените упражнения, в които се предлагат някакви различни модели се усъвършенстват и подобряват компетенциите на учениците, защото творчеството развива мисленето. Разработените варианти от модели за обучение по математика помагат за подобряване на концентрацията, развиват логическото мислене на учениците, подтикват към изобретателност и гъвкавост на мисленето, като същевременно увеличават изобретателността на учениците, усъвършенстват когнитивните им способности и развиват уменията за ориентиране в пространството.

Приложените модели в обучението по математика дават добри резултати. Проведеното експериментално обучение показва, че трябва да се използват нови и разнообразни методи на обучение в урочната работа. Моделирането като метод на обучение спомага за развитието на индивидуалните възможности на всеки ученик. Разработените варианти от модели за обучение по математика стимулират собствената познавателна дейност на ученика, възпитавайки точност и прецизност при изпълнение на задачите.

Използването на моделирането като метод на обучение при усвояване на математическото учебно съдържание в трети клас и прилагането на моделирането като метод на учене са взаимно свързани методи и задължителни похвати, които повишават равнището на усвояване на учебното съдържание по математика.

### ЛИТЕРАТУРА

Ангелова, В., & Дойчинова, С. (2017). Математика за втори клас, София, изд. Просвета Плюс.  
Андреев, М. (1987). Дидактика, София.

- Венкова, И. (2021). Моделирането като метод на обучение по геометрия в началните класове Knowledge-International-Journal, Vol.48.2q305-310, Skopje-ISSN2545-4439 <http://ikm.mk/ojs/index.php/kij/article/view/4743>
- Димитров, Д., Манова, А. (2011). Методика на обучението по математика в началните класове, Благоевград.
- Марев, И., Лалов, Б., Бижков, Г., & Павлов, Д. (1980). Кибернетика и педагогика, София.
- Стоименова, Я. (2012). Индивидуална помощ по математика на деца със социалнопедагогически проблеми (методическо ръководство), Благоевград.
- Стоименова, Я. (2002). Организация на творческата дейност на учениците в началните класове (математико-методически аспекти), Благоевград.
- Учебни програми за I клас. (2015). МОН, С. (<https://www.mon.bg/bg/1699>)
- Учебни програми за II клас. (2016). МОН, С. (<https://www.mon.bg/bg/1997>)
- Учебни програми за III клас. (2017). МОН, С. (<https://www.mon.bg/bg/1689>)
- Учебни програми за IV клас. (2018). МОН, С. (<https://www.mon.bg/bg/2190>)