

## USING A FRAME FOR TEACHING FOR ROBUST UNDERSTANDING (TRU) IN THE STEM EDUCATION IN MATHEMATICS FOR KINDERGARTEN

**Maria Temnikova**

Trakia University, Faculty of Education - Stara Zagora, Bulgaria, [mpt66@abv.bg](mailto:mpt66@abv.bg)

**Abstract:** At this stage, STEM education is increasingly used in the Bulgarian education system. It also enters the pre-school education in mathematics.

The article systematizes theoretical concepts related to STEM education. The researcher presents specifics for applying the frame of teaching for robust understanding (TRU) in the STEM education in mathematics for kindergarten as well as relevant methodology options for work during mathematics classes in kindergarten Groups 1-4. The article analyzed methodology work options related to each one of the five key dimensions that can characterize strong pedagogy environments: mathematics, cognitive demand; equitable access to mathematics; agency, ownership and identity, and formative assessment.

The results of the empiric study were systematized and processed using mathematical-statistical methods.

The application of STEM education in mathematics in kindergarten helps to increase the level of children's elementary mathematical knowledge from educational Clusters "Quantitative relations", "Spatial relations", "Plane figures", "Measuring", and "Time relations". Additionally, STEM education develops children's logical, spatial thinking and imagination, and stimulates their motivation and interest in the studied mathematical knowledge.

**Keywords:** STEM education, mathematics, frame for teaching robust understanding

## ИЗПОЛЗВАНЕ НА РАМКА ЗА ПРЕПОДАВАНЕ ЗА НАДЕЖДНО РАЗБИРАНЕ (TRU) В STEM ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА В ДЕТСКАТА ГРАДИНА

**Мария Темникова**

Тракийски университет, Педагогически факултет-Ст. Загора, България, [mpt66@abv.bg](mailto:mpt66@abv.bg)

**Резюме:** На този етап STEM обучението намира все по-широко приложение в българската образователна система. Навлиза и в предучилищното обучение по математика.

Статията систематизира теоретични концепции, свързани със STEM образованието. Изследователят представя специфики за прилагане на рамката на преподаване за устойчиво разбиране (TRU) в STEM обучението по математика за детската градина, както и подходящи варианти на методология за работа по време на часовете по математика в детските градини Групи 1-4. Статията анализира вариантите за методологична работа, свързани с всяко едно от петте ключови измерения, които могат да характеризират силна педагогическа среда: математика, когнитивно търсене; равен достъп до математика; агенция, собственост и идентичност и формираща оценка.

Резултатите от емпиричното изследване са систематизирани и обработени с помощта на математико-статистически методи.

Прилагането на STEM обучението по математика в детската градина спомага за повишаване на нивото на елементарни математически познания на децата от образователните клъстери „Количествени отношения“, „Пространствени отношения“, „Плоскови фигури“, „Измерване“ и „Времеви отношения“. Освен това STEM обучението развива логическото, пространственото мислене и въображението на децата и стимулира тяхната мотивация и интерес към изучаваните математически знания.

**Ключови думи:** STEM образование, математика, рамка за преподаване на стабилно разбиране

На сегашния етап в САЩ, Австралия, Канада и Европа все повече образованието се осъществява като STEM. При него се създават условия децата да са активни участници в практически дейности, чрез които решават различни проблемни задачи.

Целта на изследователската работа е да се: систематизират теоретични постановки, свързани със STEM образованието, разгледат характеристиките на петте измерения на рамката за преподаване за надеждно разбиране (TRU) и разработи методическа система на работа със задачи за педагогическото взаимодействие по математика в детската градина, чрез която да се стимулира когнитивното търсене на решения от децата.

В най-простата си форма STEM е акроним за четирите независими дисциплини наука, технологии, инженерство и математика. Той е въведен в САЩ през 90-те години на миналия век от Националната научна

фондация (САЩ). Комбинирането на дисциплините се разглежда като „стратегическо решение, направено от учени, технолози, инженери и математици, за да комбинират силите и да създадат по-силен политически глас“ (STEM Task Force Report, 2014, стр. 9).

Изследователите разглеждат по различен начин интеграцията при различните дисциплини на STEM, използвайки различни термини като мултидисциплинарен, интердисциплинарен и трансдисциплинарен Burke et al. (2014), Honey et al. (2014), (Moore and Smith, 2014, стр. 5-10), Rennie et al. (2012), Vasquez (2014/2015), Vasquez, Sneider, Comer (2013).

Някои от тях определят STEM образованието като интердисциплинарен подход, обхващащ целия образователен процес от предучилищното до висшето образование. Според Idin (Idin, 2018) STEM представлява интегриране на природните науки, технологиите и математиката и осигурява усвояване на уменията на 21. век. Чрез прилагането му учениците могат да решават проблеми в ежедневието си.

Като признава липсата на съгласувана дефиниция, Министерството на образованието в Калифорния (2014) дава следното определение за STEM образование: „[STEM]... се използва за идентифициране на отделни предмети, самостоятелен курс, последователност от курсове, дейности, включващи някои от четирите области, свързани със STEM, или взаимосвързана или интегрирана програма за обучение“ (<http://www.cde.ca.gov/PD/ca/sc/stemintrod.asp>).

Друго определение за STEM образование е на Sanders (Sanders, 2009, стр. 21), който пише, че „STEM образованието включва подходи, които изследват преподаване и учене между две или повече от предметните области на STEM и/или между STEM предмет и един или повече други учебни предмети.“

Zollman предлага да се премине отвъд дефинирането на STEM образование и да се съсредоточи вниманието относно дефинирането на STEM грамотността като динамичен процес, който се променя с времето, а не като наборна конструкция (Zollman, 2012, стр. 18).

Има изследователи Bybee (2013), Larson (2017), които твърдят, че винаги, когато преподаваме някоя от отделните дисциплини математика, природни науки, инженерство или технология, ние преподаваме STEM. В рамките на тази визия е важно при преподаване на математика да се развият у децата мисленето, разсъжденията и уменията за решаване на проблеми.

Една от препоръките относно изучаването на математиката включва предлагане на децата на предизвикателни, ангажиращи и релевантни проблеми в съответствие с препоръките на STEM. Ако в педагогическото взаимодействие по математика учителят „се съобрази с тези препоръки“, може да се съдейства у децата в предучилищна възраст да се „развият креативност, разсъждение и умения за решаване на проблеми, които съответстват на целите на STEM програмите.“ (National Council of Supervisors of Mathematics), (NCTM, 2000), (NCTM, 2003)

Съвременният начин на преподаване на математика се фокусира върху усвояване и запомняне на факти и процедури. Този метод не насърчава мисленето и способностите за решаване на проблеми. Повечето деца усвояват наизуст математиката и не ценят красотата и значението ѝ в ежедневието си. Преподавателите по математика във всички образователни степени трябва да се стремят да развият уменията за решаване на проблеми, разсъждение и доказателство, комуникация, представяне и връзки с тези, които обучават NCTM (2000), NCTM (2003). Подходите и стратегиите за формиране на умения за решаване на проблеми не трябва само да бъдат насочени към дейности за правене, но и да включват дейността на мислене. Необходимостта от правене и мисленето е, защото и двете имат интегрирани взаимоотношения в областта на знанието и решаването на проблеми (Adeleke, 2007, стр. 259-263), (Cooper, Harries, 2002, стр. 1-23), (Baumert et al., 2010).

За преподавателите по математика и за математиците промяната на начина на преподаване и изучаване на математиката не е ново начинание (Li et al., 2014).

За наблюдение и оценка на обучението в класната стая по математика има няколко широко използвани рамки. Пробното използване на избрана рамка обаче работи с примерни инструкции по математика в отделни моменти от педагогическото взаимодействие. (Schoenfeld et al., 2018, стр. 34-59). Важен е изборът, като се вземе предвид структурата при обсъждане и оценяване на преподавателските практики.“

Li и Schoenfeld (Li, Schoenfeld, 2019) подчертават „важността на отклоняването от разглеждането на математиката просто като набор от статични знания и умения, до фокусиране върху идеи за развитие на мисленето при преподаване и изучаването ѝ.“ Те допълнително обсъждат няколко аспекта на промените и уточняват „нуждата от разработване и използване на практики, свързани с осмисляне и свързване на математиката и STEM образованието, за да се промени и да се подпомогне ефективното обучение по математика.“ Предлагат използването на рамка за преподаване за надеждно разбиране (TRU), за да помогнат за „характеризирането на мощните, силни учебни среди“. Те твърдят, че „промяната е от инструкцията, замислена като „какво трябва да направи учителят“ за обучението, замислено като „какъв математически

опит трябва да имат децата, за да се развият в мощни мислители?“ Това е промяната в рамката на TRU, която го прави толкова мощен и уместен“.

След прецизно разглеждане на различни публикации Li и Schoenfeld (2019) заключават, че TRU използва само малък брой приложими измерения, върху което има възможност да се работи, при преподаване за максимално разбиране и стабилни знания. Това прави TRU практичен механизъм за проблематизиране на обучението. В изследователската работа тази рамка се прилага в педагогическото взаимодействие по математика в детската градина.

Фигура 1 представя рамката TRU Math, която „идентифицира пет ключови измерения, по които могат да се характеризират мощните среди в педагогическото взаимодействие: *математика; когнитивно търсене; равен достъп; сътрудничество, собственост и идентичност; формиращо оценяване*“. (Li, Schoenfeld, 2019)

**Фиг. 1 Математическата рамка на TRU: Петте измерения на мощните математически класни стаи**

ПЕТ ИЗМЕРЕНИЯ НА УВЛЕКАТЕЛНАТА КЛАСНА СТАЯ ПО МАТЕМАТИКА				
МАТЕМАТИКА	КОГНИТИВНО ТЪРСЕНЕ	РАВЕН ДОСТЪП ДО МАТЕМАТИКАТА	СЪТРУДНИЧЕСТВО, СОБСТВЕНОСТ И ИДЕНТИЧНОСТ	ФОРМИРАЩО ОЦЕНЯВАНЕ
Степента, до която структурите за активност осигуряват възможности на учениците да станат мислители, гъвкави и насочени математически мислители. Дискусиите са фокусирани и разбирани, давайки възможности да се научат математически идеи, техники и перспективи, правейки връзки и решавайки продуктивни математически навици на гъвкавостта.	Степента, до която учениците имат възможности да усвоят и осмислят важни идеи от съответната учебна дисциплина и тяхното приложение. Учениците учат най-добре, когато са предизвикани по начини чрез задачи с умерена и висока трудност, които предоставят място за лидерство, за развитие на предизвикателство трябва да бъде благоприятна това, което се нарича „продуктивна борба“.	Степента, до която структурите за активност в класната стая привличат и поддържат активната работа на учениците в класната стая с адхезия на математическото съдържание, адресирано към класа. Стапе, в които малък брой ученици вземат по-голямата част от „фирното“ време, което не е разумно разпределено, без значение колко е богато съдържанието; всички ученици се нуждаят да бъдат включени по смислени начини.	Степента, до която учениците имат възможности да „вървят разходката и да говорят приказките“ – допринасят за математическите идеи, да надградят върху чужди идеи и други надградят върху своите по начини, които допринасят да развият позитивните си идентичности като мислители и учещи се.	Степента, до която активностите в класната стая предизвикват мисленето на учениците и следващи интеракции, отговарящи на тези идеи, построени на продуктивно начало и адресирани до възникнали недоразумения. Силни инструкции достигат до учениците, където се намира и им дават възможности да се задълбочи тяхното разбиране.

Тези пет измерения са тествани и „резултатите показват, че учителите, които се справят добре с измеренията на TRU Math, изграждат деца, които решават добре тестове за математически знания, мислене и решаване на проблеми“ (Schoenfeld, 2014, стр. 404-412), (Schoenfeld, 2019)

Авторите извеждат следните аргументи относно важноста на петте измерения на TRU Math:

„Първо, *качеството на обсъжданата математика (измерение 1)* е критично. Много важно за децата е, че е малко вероятно те да бъдат с повече знания в сравнение със ситуациите, когато преживяват педагогическото взаимодействие по математика.

Останалите четири измерения обхващат аспекти, необходими за подпомагане на развитието на всички деца по отношение на осмислянето и осъществяване на обратна връзка. *Измерение 2: Когнитивно търсене.* Децата ангажирани ли са в смисъл правейки и осмисляйки? Те участват ли в „продуктивна борба“? *Измерение 3: Равен достъп.* Ангажирани ли са напълно всички деца с най-важното съдържание и практики в областта на математиката, така че всяко дете да може да спечели от него? *Измерение 4: Сътрудничество, собственост и идентичност.* Дали всички деца имат възможност да развият идея за собственост и математическо сътрудничество? *Измерение 5: Формиращо оценяване.* Насърчават ли се децата и подкрепяни ли са да споделят своето мислене със смислена обратна връзка за регулиране на инструкциите и подобряване на педагогическото взаимодействие?

Ключовият въпрос не е „Учителят използва ли подходящи и иновативни подходи и методи, за да подпомогне усвояването на математиката?“; а е „Децата преживяват ли инструкциите, така че да е благоприятно за тях израстването им като математически мислители и обучаеми?“ Рамката не е нормативна, зачита автономията на учителя. Въпросът е дали създадената образователна среда от учителя предоставя на всяко дете богати възможности по петте измерения на рамката. Описанието на измеренията на рамката на мощната педагогическа среда за взаимодействие служи за проблематизиране на инструкциите. Когато учителите си задават въпросите „как се справям във всяко измерение; как мога да докажа?“, това води до по-богати инструкции, без да им се предписват или налагат определен стил или определени норми“. (Li, Schoenfeld, 2019)

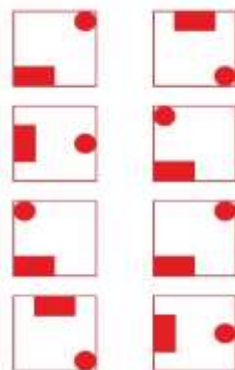
Разработена е методическа система на работа, като при апробирането ѝ в педагогическото взаимодействие по математика се използва рамката TRU Math..В нея са включени математически задачи за 1-4. група на детската градина, чрез които се изграждат проблемни ситуации за децата, стимулира се тяхното когнитивно търсене на решения.

В изложението по-долу са разгледани част от задачите, които са свързани с изграждането на елементарни математически представи у децата за геометричните фигури от образователно ядро „Равнинни фигури“ в детската градина. Децата в 1. и 2. разпознават и назовават геометричните фигури кръг, квадрат и триъгълник, а в 3. група - правоъгълник.

Следващата задача е за 3. и 4. група.

В началото в методическата работа учителят използва метода демонстрация и на дъската нарежда 4 на брой квадрати, във всеки един от които са разположени по различен начин един триъгълник и един квадрат. Чрез метода проблемно-продуктивна беседа фронтално с децата се определя кои квадрати да се свържат така, че в тях геометричните фигури да са разположени по един и същ начин. Прилага се метода проблемно-продуктивно упражнение и децата работят самостоятелно, като решават задачата:

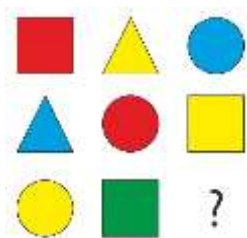
Задача: *Свържете квадратите, в които правоъгълника и кръга са разположени по един и същ начин.*



Проблемна ситуация за тях е да определят местоположението на правоъгълника и кръга в квадрата. Чрез тази задача се съдейства за изграждане и на пространствените представи на децата, свързани с посоките и взаимното разположение на дадена геометрична фигура спрямо друга.

Следващата задача също е за 3. и 4. група на детската градина.

Задача: *Поставете липсващата фигура.*

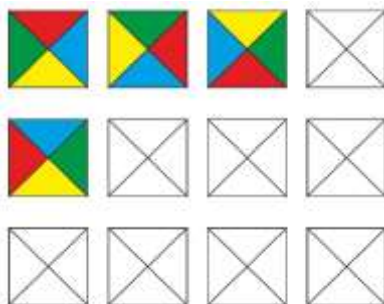


Всяко едно дете разполага с лист, върху който на три реда са разположени фигурите кръг, квадрат и триъгълник, които са оцветени в червен, син или зелен цвят.

Учителят използва метода продуктивна беседа с елементи на евристики и обсъжда с децата подредбата и цвета на фигурите на първия и втория ред. Установява се, че всяка една от геометричните фигури е разположена на различно място на трите реда и е оцветена в различен цвят. Прилага се метода проблемно-продуктивно упражнение. Децата имат квадрати, триъгълници и кръгове в червен, син и жълт цвят. След извършване на анализ, синтез и сравнение в мисловен план поставят липсващата трета фигура със съответния цвят на трети ред, трета колона. Обсъжда се защо е поставена тази фигура.

За развиване на комбинаторното мислене, пространственото мислене и въображение на децата в 4. група се дава за решаване следната задача:

задача: *Дадени са четири триъгълници- червен, син, жълт и зелен. Комбинирайте ги така, че да няма едни и същи квадрати на редовете.*



Според сега действащите нормативни документи в очакваните резултати от образователно направление математика моделирането с геометрични фигури в 4. група е по образец. Тази задача е проблемна, защото не се моделира по образец и при работата по нея децата осъществяват когнитивно търсене на решение.

Учителят ръководи обсъждането за това какви квадрати са дадени на първия ред от задачата, от какви фигури е образуван всеки квадрат, по какво се различават те и как се променя подредбата на триъгълниците във всеки следващ квадрат. Вариант на работа е съвместно с децата да се довърши първия ред от квадрати, като те изказват предположения за възможни комбинации. Учителят провежда беседа с елементи на евристики и децата предлагат различни варианти на комбинации от триъгълници, за да се образува първия квадрат и на третия ред. Всяко дете работи на своята масичка, като използва предварително раздаден индивидуален дидактичен материал – триъгълници в червен, син, жълт и зелен цвят. След приключване на работата по задачата, децата предлагат своите варианти. Учителят ги нарежда на демонстрационното табло. Обсъждат се комбинациите от четирите триъгълници, които образуват квадрат.

Чрез тази задача у децата се развиват логическите операции на мисленето анализ, синтез, сравнение и обобщение.

След прилагането на рамката TRU Math в педагогическото взаимодействие по математика през 2022 г. се проведе емпирично изследване с 27 деца от 4. група на детската градина. При работата с нестандартни проблемни задачи те извършиха продуктивни когнитивни търсения на решения. Всяка една от задачите се оцени по тристепенна скала – вярно, колебае се и не е вярно. Резултатите от проведената диагностика са представени на следващата диаграма.

**Фиг. 2** Резултати от решаването на задачите от теста за 4. група на детската градина



Въз основа на получените резултати се установи, че вярно решават задачите за моделиране с геометрични фигури 92,3 % от децата, 5,2 % се колебаят, а 2,5 % от тях допускат грешки. При задачите, свързани с откриване на зависимости при подреждане на геометричните фигури и определяне на липсваща фигура, грешки допускат 9,4 % от децата, колебаят се 9,4 % от тях и вярно работят – 81,2 %. При задачите за определяне и свързване на комбинации от еднакво разположени една спрямо друга геометрични фигури в

двумерното пространство вярно работят 91,4 % от децата, колебаят се – 3,8 % от тях и невярно работят - 4,8 %.

В резултат на проведената изследователска работа могат да се направят следните изводи:

- на съвременния етап STEM е един от приоритетите на предучилищното образование;
- в педагогическото взаимодействие в детската градина е възможно използването на TRU Math рамката за преподаване за надеждно разбиране на математиката и изграждане на мощни образователни среди;
- децата от 4. група на детската градина успешно решават задачи, свързани с математически проблеми и извършват когнитивно търсене на решения;
- чрез използване на TRU Math рамката в условията на STEM образователен процес се съдейства за: изграждане на елементарните математически представи на децата в предучилищна възраст; развиване на тяхното логическо, пространствено и комбинаторно мислене, въображение, логическите операции на мисленето анализ, синтез, сравнение и обобщение.

## ЛИТЕРАТУРА

- Adeleke, M. A. (2007). Strategy improvement of mathematical problem: solving performance of secondary school students using procedural and conceptual learning strategies. *Educational Research and Review*, 2(9), 259-263.
- Burke, L., K., Francis, M. Shanahan, (2014). A horizon of possibilities: a definition of STEM education. Paper presented at the STEM 2014 Conference, Vancouver, July 12–15.
- Bybee, R. W. (2013). The case for STEM education: Challenges and opportunities. Arlington, VA: NSTA Press.
- Cooper, B., T. Harries, (2002). Children’s Responses to Contrasting ‘Realistic’ Mathematics Problems: Just How Realistic are Children Ready to be? *Educational Studies in Mathematics*, 49, 1-23.
- Honey, M., G. Pearson, A. Schweingruber, (2014). STEM integration in K-12 education: Status, prospects, and an agenda for research. Washington: National Academies Press.
- İdin, Ş. (2018). An overview of STEM education and industry 4.0. M. Challey, S.A.
- Larson, M. (2017). Math education is STEM education! NCTM president’s message. <https://www.nctm.org/News-and-Calendar/Messages-from-the-President/Archive/Matt-Larson/Math-Education-Is-STEM-Education>.
- Li, Y., A. H. Schoenfeld, (2019). Problematizing teaching and learning mathematics as “given” in STEM education. *International Journal of STEM Education*, 6:44, <https://doi.org/10.1186/s40594-019-0197-9>.
- Li, Y., E. A. Silver, S. Li, (Eds.). (2014). Transforming mathematics instruction: Multiple approaches and practices. Cham, Switzerland: Springer.
- Moore, T. J., K. A. Smith, (2014). Advancing the state of the art of STEM integration. *Journal of STEM Education*, 15(1), 5-10.
- National Council of Supervisors of Mathematics & National Council of Teachers of Mathematics, Building STEM Education on a Sound Mathematical Foundation. A joint position statement on STEM from the National Council of Supervisors of Mathematics and the National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council Of Teachers Mathematics (NCTM). (2000). Principle And Standards For School Mathematics. Reston, V.A: NCTM.
- National Council for Teachers of Mathematics (NCTM). (2003). Principles and standards for school mathematics. Reston, V.A: NCTM.
- Rennie, L., G. Venville, J. Wallace, (2012). Reflecting on curriculum integration: seeking balance and connection through a worldly perspective. In L. Rennie, G. Venville, & J. Wallace (Eds.), Integrating science, technology, engineering, and mathematics: Issues, reflections, and ways forward. New York: Routledge.
- Sanders, M. (2009). STEM, STEM Education, STEMmania. *The Technology Teacher*, 68(4), [http://esdstem.pbworks.com/f/TTT+STEM+Article\\_1.pdf](http://esdstem.pbworks.com/f/TTT+STEM+Article_1.pdf), 21.
- Schoenfeld, A. H. (2014). What makes for powerful classrooms, and how can we support teachers in creating them? A story of research and practice, productively intertwined. *Educational Researcher*, 43(8). <https://doi.org/10.3102/0013189X1455>, 404-412.
- Schoenfeld, A. H. (2019). Reframing teacher knowledge: A research and development agenda. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01057-5>
- Schoenfeld, A. H., R. Floden, F. El Chidiac, D. Gillingham, H. Fink, S. Hu, A. Sayavedra, A. Weltman, A. Zarkh, (2018). On classroom observations. *Journal for STEM Education Research*, 1(1-2), <https://doi.org/10.1007/s41979-018-0001-7>, 34-59.
- STEM Task Force Report (2014). Innovate: a blueprint for science, technology, engineering, and mathematics in California public education. Dublin, California: Californians Dedicated to Education Foundation. 9.
- Vasquez, J. (2014/2015). STEM: beyond the acronym. *Educational Leadership*, Dec./Jan..

- Vasquez, J., C. Sneider, M. Comer, (2013). STEM lesson essentials, grades 3–8: Integrating science, technology, engineering, and mathematics. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Zollman, A. (2012). Learning for STEM literacy: STEM literacy for learning. *School Science and Mathematics*, 112 (1), 18.