

TECHNIQUES FOR APPLYING MENTAL CALCULATION IN LEARNING NON-TABULAR MULTIPLICATION IN PRIMARY EDUCATION

Zdravka Savcheva

Sofia University "St. Kliment Ohridski", Faculty of Educational Studies and the Arts, Department of Primary Education, Bulgaria, zdravkasavcheva@gmail.com

Abstract: Mental calculation is a fundamental skill that plays an essential role both in everyday life and in the overall cognitive and mathematical development of students. Mental calculation refers to performing arithmetic operations with numbers in the mind. It is also a powerful tool for fostering intellectual flexibility and creativity. It requires students to select and apply diverse strategies for calculation, rather than limiting themselves to the mechanical following of algorithms. Since the focus of traditional education in Bulgarian schools is on written calculation algorithms and their formal application, the importance of mental arithmetic remains significantly underestimated. With the advancement of digital tools such as calculators and automatic calculation applications, children increasingly rely on ready-made information instead of developing their cognitive abilities through active engagement with numbers. While this facilitates daily tasks, it simultaneously poses a risk of limiting cognitive development, as the brain is not stimulated to develop and strengthen mental processes. Therefore, it is crucial in modern education to find new approaches and methods to encourage children's thinking and development through mental calculation. By implementing purposeful and thoughtful teaching, we can counteract the growing dependence on technology and create conditions for the holistic development of children's intellect. The decline in Bulgarian students' results in international tests clearly demonstrates the need to rethink educational methods and focus efforts on developing basic mathematical skills that will strengthen logical thinking and prepare students for successfully tackling more complex tasks. The purpose of this article is to present effective techniques and strategies for applying mental calculation in learning non-tabular multiplication in the primary stage, as well as some creative approaches that can intrigue young students and spark their curiosity, fostering a positive attitude toward mathematics. Through the presented techniques and their examples, the article aims to draw attention to the potential of mental calculation for improving mathematical literacy and preparing students to successfully face future challenges.

Keywords: Mental Calculation, Multiplication, Techniques

ПОХВАТИ ЗА ПРИЛАГАНЕ НА УСТНО СМЯТАНЕ ПРИ ИЗУЧАВАНЕ НА ИЗВЪН ТАБЛИЧНО УМНОЖЕНИЕ В НАЧАЛЕН ЕТАП

Здравка Савчева

СУ „Св. Климент Охридски“, Факултет по науки за образованието и изкуствата, катедра “Начална училищна педагогика”, България, zdravkasavcheva@gmail.com

Резюме: Устното смятане е основополагащо умение, което играе важна роля както в ежедневието, така и в цялостното когнитивно и математическо развитие на учениците. Под устно или умствено смятане се разбира извършване наум на аритметични действия с числата. Умственото смятане е и мощен инструмент за стимулиране на интелектуалната гъвкавост и креативността. То изисква от учениците да избират и прилагат разнообразни стратегии за пресмятане, вместо да се ограничават до механично следване на алгоритми. Тъй като акцентът в традиционното обучение в българското училище пада върху алгоритмите за писмено смятане и тяхното формално приложение, значението на устното смятане остава значително подценено. С напредването на дигиталните инструменти като калкулатори и приложения за автоматични изчисления, децата все по-често разчитат на готовата информация, вместо да развиват мисловните си способности чрез активна работа с числата. Това улеснява ежедневието, но същевременно създава риск от ограничаване на когнитивното развитие, тъй като мозъкът не се стимулира да развива и укрепва умствените процеси. Затова в съвременното образование е от съществено значение да се намерят нови подходи и методи за насърчаване на детското мислене и развитие чрез устно смятане. По този начин, чрез целенасочено и осмислено преподаване, можем да противодействаме на нарастващата зависимост от технологиите и да създадем условия за пълноценно развитие на детския интелект. Спадът в резултатите на българските ученици в международни тестове ясно показва нуждата от преосмисляне на методите в образованието и насочване на усилията към развитието на основни математически умения, които ще укрепят логическото мислене и ще

подготвят учениците за успешна работа с по-сложни задачи. Целта на настоящата статия е да представи ефективни похвати и стратегии за прилагане на устно смятане при изучаването на извън таблично умножение в начален етап, както и някои креативни похвати, които могат да заинтригуват малките ученици и да предизвикат техния интерес и любопитство като създадат позитивна нагласа към математиката. Чрез представените похвати и техните примери, статията цели да насочи вниманието към потенциала на устното смятане за повишаване на математическата грамотност и за подготовка на учениците да се справят успешно с бъдещи предизвикателства.

Ключови думи: устно смятане, умножение, похвати

1. УВОД

Устното смятане е основополагащо умение, което играе важна роля както в ежедневието, така и в цялостното когнитивно и математическо развитие на учениците. То намира приложение в най-различни ситуации – от организиране на времето и изчисляване на стойности до практични задачи като смятане на общата сума на покупки в магазина или планиране на джобните пари за седмицата. Тези дейности развиват способността на децата да вземат осъзнати и практични решения, които са свързани с реалния живот.

Под *устно* или *умствено* смятане се разбира извършване наум на аритметични действия с числата (Маджаров, Радев и Новакова, 1994). Маджаров и др. посочват, че отличителните черти на устното смятане са:

- пресмятанията се извършват наум, без да се записват отделните числа, знаците или резултатите от аритметичните операции, като се отбелязва само крайният отговор и съответното равенство;
- междинните стойности от пресмятанията се помнят, без да се записват;
- действията започват с единиците от най-високия ред в запис на числата (Маджаров, Радев & Новакова, 1994).

Освен това устното смятане е и мощен инструмент за стимулиране на интелектуалната гъвкавост и креативността. То изисква от учениците да избират и прилагат разнообразни стратегии за пресмятане, вместо да се ограничават до механично следване на алгоритми. Тъй като акцентът в традиционното обучение в българското училище пада върху алгоритмите за писмено смятане и тяхното формално приложение, значението на устното смятане остава значително подценено.

2. РОЛЯ НА УСТНОТО СМЯТАНЕ

В днешния свят, доминиран от технологии, тенденцията за пренебрегване на устното смятане става все по-осезаема. С напредването на дигиталните инструменти като калкулатори и приложения за автоматични изчисления, децата все по-често разчитат на готовата информация, вместо да развиват мисловните си способности чрез активна работа с числата. Това улеснява ежедневието, но същевременно създава риск от ограничаване на когнитивното развитие, тъй като мозъкът не се стимулира да развива и укрепва умствените процеси. Ако тази тенденция продължи да се задълбочава, последиците могат да включват намалена математическа грамотност и неспособност за справяне с неочаквани проблеми, изискващи бърза мисловна реакция. Затова в съвременното образование е от съществено значение да се намерят нови подходи и методи за насърчване на детското мислене и един от тях може да бъде развитието чрез устно смятане. По този начин, чрез целенасочено и осмислено преподаване, можем да противодействаме на нарастващата зависимост от технологиите и да създадем условия за пълноценно развитие на детския интелект (Крючкова, Кислухина, 2023).

Устното смятане играе ключова роля в развитието на математическите умения на учениците. Редовната практика в устното смятане не само подобрява бързината и точността при изчисления, но и укрепва когнитивните способности (Суходолова, 2023). Тези умения са от съществено значение и за постигането на високи резултати в международни тестове като PISA (Programme for international Student Assessment). Според последните данни от PISA 2022, България показва значителен спад в резултатите по математика, четене и природни науки. (Балтова; Институт за образование) Тези резултати подчертават необходимостта от реформи в образователната система, за да се подобрят постиженията на учениците. В страни като Япония, Сингапур, Китай и Южна Корея редовно постигат високи резултати в PISA. Интересното е, че в тези държави се отделя голямо внимание на развитието на математическите умения чрез устно смятане още в началните етапи на образованието. Спадът в резултатите на българските ученици в международни тестове ясно показва нуждата от преосмисляне на методите в образованието и насочване на усилията към развитието на основни математически умения, които ще укрепят логическото мислене и ще подготвят учениците за успешна работа с по-сложни задачи. В този контекст, целта на настоящата статия е да

представи ефективни похвати и стратегии за прилагане на устно смятане при изучаването на извън таблично умножение в начален етап.

В българската образователна система действие умножение се въвежда за пръв път във втори клас (МОН, 2017). В края на втори клас „всеки ученик трябва да владее резултатите от таблиците за умножение и деление до автоматизъм (наизуст)“ (Кирова, 2021). Доброто овладяване на табличното умножение и деление е от изключителна важност, тъй като както Алексиева посочва „то е основата, върху която се изграждат всички останали случаи от умножение и деление на естествените числа“ (Алексиева, 2019). В трети клас за първи път се въвежда така на нареченото извън таблично умножение – това са случаите, в които поне един от множителите е по-голям от 10, т.е. извън пределите на табличното умножение. По учебна програма се изучават следните случаи с числата до 1000 в трети клас:

- Умножение на двуцифрено число с едноцифрено;
- Умножение на трицифрено число с едноцифрено. (МОН, 2017)

А в четвърти клас според настоящата учебна програма се изучават случаите на:

- Умножение на многоцифрено число с едноцифрено;
- Умножение на многоцифрено число с двуцифрено. (МОН, 2017)

При изучаване на действието умножение на числата до 1000 с едноцифрено число и умножение на многоцифрено число с едноцифрено и двуцифрено число Новакова посочва следните резултати, до които трябва да достигнат учениците:

- Да знаят алгоритмите за „писмено“ умножение на числата до 1000 и умножение на многоцифрени числа с едноцифрено, двуцифрено, трицифрено и многоцифрено число да умеят да ги прилагат при решаването на задачите, в някои по-леки случаи да могат да извършват „устно“ пресмятанията
- Да могат да използват връзката между действията умножение и деление
- Да знаят свойствата на умножението и да ги прилагат за по-бързо пресмятане на произведение на три и повече числа
- Да знаят в какъв ред се извършват четирите аритметични действия в числени изрази със и без скоби и да прилагат тези знания при решаване на задачи. (Новакова, 1998)

Както и Новакова отбелязва, в образователната ни система е заложено при задачите за извън таблично умножение, устно пресмятане да се прилага предимно при някои по-леки случаи (Новакова, 1998). За съжаление похватите за устно смятане на по-сложни задачи често са пренебрегвани и не се акцентира върху тях. Бенджамин и Шермер (2006) твърдят, че математиката твърде често се преподава като набор от строги правила, където няма място за творческо мислене, но всъщност често има няколко начина за решаване на една и съща задача. Това може да се случи когато търсим начини да представим една голяма задача на няколко по-малки, т.е. търсим начини, за да улесним нейното решаване (Benjamin; Shermer, 2006). В настоящата статия ще бъдат представени похвати за прилагане на устно смятане и при „по-трудни“ случаи при изучаване на извън таблично умножение в начален етап.

3. ПОХВАТИ ЗА ПРИЛАГАНЕ НА УСТНО СМЯТАНЕ ПРИ ИЗУЧАВАНЕ НА ИЗВЪН ТАБЛИЧНО УМНОЖЕНИЕ

Има някои изисквания, които е необходимо да се съблюдават при овладяването на такива похвати - за да бъдат лесно усвоени е важно учениците: да са овладели до автоматизъм табличното умножение, както и събиране и изваждане на числата до 20; да се правят редовни практически упражнения за закрепване на навиците за устно смятане. Започва се с най-лесните случаи, които са подходящи за смятане наум и учениците обикновено не срещат затруднения при усвояването им. При този тип задачи в училище се прилага устното смятане. Но за да се стигне до по-сложните случаи, ще бъдат представени първо най-лесните, които постепенно ще бъдат надградени.

Напр.: $30.3 = 90$ $200.2 = 400$ $40.7 = 280$

След изучаването на този тип задачи в трети клас се преминава към умножение на двуцифрени и трицифрени числа (първоначално без преминаване, а по-късно и с преминаване), когато числата не съдържат нули. При тези задачи в традиционната образователна система в България се въвежда алгоритъм за писмено умножение.

$$\begin{array}{r} 42 \cdot 2 \\ 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 231 \cdot 3 \\ 693 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \cdot 4 \\ 136 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 213 \cdot 4 \\ 852 \end{array}$$

На този етап от децата се изисква да усвоят писмения алгоритъм: на един ред последователно се записват двата множителя със знака за умножение между тях; отдолу се подчертават с права черта, която учениците може да асоциират със знака равенство. (Кирова, 2021). При този тип задачи вече не се прилагат подходи и

похвати за устно изчисляване. При устното смятане обикновено междинните резултати се помнят наум, но в някои случаи могат и да се записват, докато учениците овладеят добре похватите. Тук ще бъдат предложени варианти за използване на похвати за устно смятане за умножение на двуцифрено и трицифрено число с едноцифрено (без преминаване и с преминаване)

Умножение на двуцифрено и трицифрено число с едноцифрено без преминаване - на база на разпределителното свойство на умножението (умножение на сбор с число)

➤ $32 \cdot 2 = 60 + 4 = 64$

$32 = 30 + 2$; $30 \cdot 2 = 60$; $2 \cdot 2 = 4$

Представяме първия множител като сбор от десетици и единици ($32 = 30+2$) и умножаваме всяко число по отделно с втория множител, след което събираме резултатите. Като действията се извършва поетапно. $30 \cdot 2 = 60$ (числото 60 се запомня) $\rightarrow 2 \cdot 2 = 4 \rightarrow 60 + 4 = 64$

➤ $231 \cdot 3 = \rightarrow 600 + 90 = 690 \rightarrow 690 + 3 = 693$

$231 = 200 + 30 + 1$; $200 \cdot 3 = 600$; $30 \cdot 3 = 90$; $1 \cdot 3 = 3$

Представяме първия множител като сбор от стотици, десетици и единици ($231 = 200+30+1$) и умножаваме всяко число по отделно с втория множител, междинните резултати се запомнят наум, след което ги събираме поетапно. $200 \cdot 3 = 600$ (числото 600 се запомня) $\rightarrow 30 \cdot 3 = 90$. Към 600 се добавя 90 $\rightarrow 600+90 = 690$ (числото 600 се забравя и се запомня числото 690) $\rightarrow 1 \cdot 3 = 3 \rightarrow 690+3 = 693$

Представеният модел изисква използването на разпределително свойство на умножението. Такъв тип задачи се срещат в учебниците по математика за трети клас, но от учениците се изисква единствено писмено да прилагат алгоритъма за смятане и рядко се правят опити за тяхното устно прилагане.

Умножение на двуцифрено и трицифрено число с едноцифрено с преминаване

Използваме същия похват, който е показан в т.1

➤ $34 \cdot 4 = 120 + 16 = 136$

$34 = 30 + 4$; $30 \cdot 4 = 120$; $4 \cdot 4 = 16$

➤ $234 \cdot 3 = 600 + 90 + 12 = 702$

$234 = 200 + 30 + 4$; $200 \cdot 3 = 600$; $30 \cdot 3 = 90$; $4 \cdot 3 = 12$

Важно е да се отбележи, че за да се прилагат успешно стратегиите за устно смятане, е необходимо поетапното надграждане на различните случаи от по-лесни към по-трудни. От съществено значение са редовните упражнения до умелото овладяване на всеки един похват, преди да се пристъпи към следващия. В противен случай някои от стратегиите биха били изключително трудни за усвояване и прилагане в тази възраст.

Тук ще представим някои креативни похвати за решаване на задачи с умножение, които могат да заинтригуват малките ученици. Показвайки им лесни подходи за смятане на (на пръв поглед) „трудни“ задачи, бихме могли да предизвикаме интерес и любопитство и да ги заинтригуваме като създадем положителна нагласа към математиката. Така може да се създаде любов към предмета, когато осъзнаят, че математиката не винаги е толкова сложна, колкото изглежда.

Креативни похвати за устно умножение

Умножение на двуцифрено число с едноцифрено, когато двуцифреното число е с еднакви цифри на десетиците и единиците:

➤ **Задача:** $66 \cdot 3 = 198$ $\begin{array}{r} 66 \\ \times 3 \\ \hline \end{array} = 198$

Умножаваме повтарящото се число в първия множител с втория множител ($6 \cdot 3 = 18$). Резултатът, който получаваме ще запишем в реда на стотиците и единиците на отговора (1_8), а между тях – в десетиците - записваме сбора от двете числа ($1+8=9$). Отговор:198

➤ **Задача:** $88 \cdot 6 = 528$ $\begin{array}{r} 88 \\ \times 6 \\ \hline \end{array} = 528$

Умножаваме повтарящото се число в първия множител с втория множител ($8 \cdot 6 = 48$). Резултатът, който се получава се записва в стотиците и единиците на отговора (4_8), а между тях – в десетиците - записваме сбора от двете числа ($4+8=12$), тъй като 12 е двуцифрено число, в реда на десетиците ще остане числото 2, а числото 1 ще бъде добавено към стотиците ($4+1=5$) и в реда на стотиците ще се получи 5. Отговор: 528.

Ето още няколко примера от този вид:

➤ **Задача:** $77 \cdot 5 = 385$

$$\begin{array}{r} 77 \cdot 5 = 385 \\ \hline \end{array}$$

➤ **Задача:** $99 \cdot 4 = 396$

$$\begin{array}{r} 99 \cdot 4 = 396 \\ \hline \end{array}$$

➤ **Задача:** $22 \cdot 8 = 176$

$$\begin{array}{r} 22 \cdot 8 = 176 \\ \hline \end{array}$$

Този похват е наистина много лесен за усвояване и учениците биха се впечатлили от него и лесно биха го приложили наум.

Умножение на двуцифрени и трицифрени числото с 11

➤ **Задача:** $42 \cdot 11 = 462$

- Започваме да записваме (запомняме) отговора от ляво надясно
- Записваме първото число от първия множител без промяна - 4
- Събираме първото и второто число на първия множител – сборът записваме в отговора на второ място от ляво на дясно – $4+2 = 6$
- Последното число от първия множител остава без промяна – 2
- **Отговор : 462**

➤ **Задача:** $352 \cdot 11 = 3872$

- Започваме да записваме (запомняме) отговора от ляво надясно
- Записваме първото число от първия множител без промяна - 3
- Събираме първото и второто число от първия множител – сборът записваме в отговора на второ място отляво надясно – $3+5 = 8$
- Събираме второто и третото число от първия множител – сборът записваме в отговора на трето място отляво на дясно – $5 + 2 = 7$
- Последното число остава без промяна – 2
- **Отговор : 3872**

Умножение на двуцифрено число с двуцифрено, когато десетиците на двата множителя са еднакви, а сборът от единиците на двата множителя е равен на 10.

➤ **Задача:** $64 \cdot 66 = 4224$

- *стъпка :* Към десетиците прибавяме 1 ($6 + 1 = 7$) и умножаваме с първото число (6): $6 \cdot 7 = 42$ – това ще бъдат първите две цифри от отговора
- *стъпка:* Умножаваме единиците на двата множителя ($4 \cdot 6$)
 - i. $4 \cdot 6 = 24$ – това са последните две цифри от отговора
- **Отговор: 4224**

➤ **Задача:** $42 \cdot 48 = 2016$

- *стъпка:* $4 \cdot 5 = 20$
- *стъпка:* $2 \cdot 8 = 16$
- **Отговор: 2016**

Този похват намира приложение и за всички случаи при умножение на двуцифрени числа с еднакви множители, когато цифрата на единиците е 5 : 15.15; 25.25; 35.35; 45.45; 55.55; 65.65; 75.75; 85.85; 95.95.

Задача: $15 \cdot 15 = 225$

- *стъпка:* $1 \cdot 2 = 2$
- *стъпка:* $5 \cdot 5 = 25$
- **Отговор: 225**

➤ **Задача:** $35 \cdot 35 = 1225$

- *стъпка:* $3 \cdot 4 = 12$
- *стъпка:* $5 \cdot 5 = 25$
- **Отговор: 1225**

➤ **Задача:** $75 \cdot 75 = 5625$

- *стъпка:* $7 \cdot 8 = 56$

- *стъпка:* $5 \cdot 5 = 25$
- **Отговор: 5625**
- **Умножение на произволни двуцифрени числа с двуцифрени**

По стандартния метод изучаван в училище в четвърти клас в тези случаи се използва следния алгоритъм за писмено умножение на двуцифрено число с двуцифрено:

$$\begin{array}{r} 42 \cdot 35 \\ 210 \\ +126 \\ \hline 1470 \end{array}$$

В настоящата статия ще бъде представен по-лесен подход за решаване на тези задачи. За целта ще се използва „пирамида“ за нанасяне на междинните изчисления преди получаването на крайния отговор. В този случай ще бъде необходимо частично използване на писмен запис, но решението ще бъде много улеснено и дори интересно за учениците. По този начин ще се избегне и възможността от типичната грешка, която учениците допускат при стандартния алгоритъм за писмено умножение с двуцифрено число - неправилното подреждане на двете произведения при вертикалния запис (Новакова, 2008).

➤ **Задача:** $42 \cdot 35 = 1470$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 2 & 6 & \\ \hline 1 & 2 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Отговор: $\boxed{1 \ 4 \ 7 \ 0}$

- *стъпка:* Умножаваме десетиците на двата множителя ($4 \cdot 3 = 12$) и записваме резултата в долната част на пирамидата отляво
- *стъпка:* Умножаваме единиците на двата множителя ($2 \cdot 5 = 10$) и записваме резултата в долната част на пирамидата отдясно
- *стъпка:* Умножаваме десетиците на първия множител с единиците на втория множител ($4 \cdot 5 = 20$) и единиците на първия множител с десетиците на втория множител ($2 \cdot 3 = 6$). Събираме двата междинни резултата и записваме полученото число в горната част на пирамидата ($20 + 6 = 26$)
- *стъпка:* Сумираме получените резултати от трите стъпки, така както са подредени, като използваме вертикалния начин за събиране на числата.
- **Отговор: 1470**

➤ **Задача:** $54 \cdot 38 = 2052$

1. стъпка: $54 \cdot 38$

2. стъпка: $54 \cdot 38$

3. стъпка: $54 \cdot 38$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 5 & 2 & \\ \hline 1 & 5 & 3 & 2 \\ \hline \end{array}$$

Отговор: $\boxed{2 \ 0 \ 5 \ 2}$

1. стъпка: $5 \cdot 3 = 15$
2. стъпка: $4 \cdot 8 = 32$
3. стъпка: $5 \cdot 8 + 4 \cdot 3 = 40 + 12 = 52$
4. **Отговор: 2052**

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Устното смятане е не само основополагащо умение в математическото образование, но и инструмент за развитието на когнитивните способности, логическото мислене и креативността на учениците. То намира широко приложение както в ежедневието, така и в по-сложни академични и професионални задачи. Анализът в настоящата статия подчертава необходимостта от въвеждането на методи, които насърчават учениците да използват и развиват похвати за устно смятане. Умственоното смятане не бива да се възприема като остаряла техника, заменена от технологиите, а като съществен елемент от цялостното развитие на математическата грамотност. Насърчаването му чрез осмислени стратегии може да играе ключова роля за подготовката на учениците да се справят с предизвикателствата на съвременния свят. Затова е наложително да се търсят балансиранни подходи, които съчетават предимствата на технологиите с ползите от практическото овладяване на умения като умственото смятане. Това ще допринесе не само за по-добро представяне в училище, но и за изграждането на увереност и компетентност в решаването на практически задачи в ежедневието. Чрез представените похвати и техните примери, статията цели да насочи вниманието към потенциала на устното смятане за повишаване на математическата грамотност и за подготовка на учениците да се справят успешно с бъдещи предизвикателства.

ЛИТЕРАТУРА

- Алексиева, Л. (2019). Обучаваща мултимедия за изучаване на таблично умножение и деление. София: „Рива“
- Балтова, А. (2024). Международни образователни изследвания – цели, обхват и резултати на България. Годишник на Стопанския факултет на СУ „Св. Климент Охридски“
- Институт за Изследвания в Образованието (2023), PISA 2022: Качественото училищно образование и високите образователни постижения все още са далечна цел за България
- Кирова, Г. (2021). Актуални проблеми на дидактиката на математиката в началните класове. София: Веда Словена – ЖГ
- Крючкова, Т., & Кислухина, М. (2023). Устный счет как средство развития логического мышления младших школьников. Стратегии развития дошкольного и начального образования в эпоху модернизации: Материалы Национальной (Всероссийской) научно-практической конференции. Екатеринбург, 2023
- Маджаров, А., Радев, Р., & Новакова, З. (1994). Дидактико-методически технологии в обучението по математика. София: Веда Словена – ЖГ
- Министерство на образованието и науката (2016). Учебна програма по математика за втори клас, в сила от учебната 2017/2018
- Министерство на образованието и науката (2017). Учебна програма по математика за трети клас, в сила от учебната 2018/2019
- Министерство на образованието и науката (2017). Учебна програма по математика за четвърти клас, в сила от учебната 2019/2020
- Новакова, З. (1998). Методика на обучението по математика в началните класове. София: Веда Словена – ЖГ
- Суходолова, Е. (2023). Устный счет как основа формирования математической грамотности. Проблемы современного педагогического образования, 2023
- Bathia, D. (2013). Vedic Mathematics made easy. Kindle Edition
- Benjamin, A., & Shermer, M. (2006). Secrets of Mental Math. New York: Three Rivers Press
- Parashar, M. (2015). Vedic Mathematics. Bangalore: Dolphin Publication
- OECD (2023). PISA 2022 Results (Volume I and II) – Country Notes: Bulgaria